Zied GHARBI

Université Lumière Lyon2

TD révision : Probabilités
Licence 1 MIASHS

Exercice 1

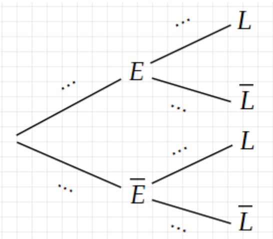
Une usine fabrique des tubes. Des erreurs de réglage dans la chaîne de production peuvent affecter l'épaisseur ou la longueur des tubes. Une étude menée sur la production a permis de constater que :

- 96% des tubes ont une épaisseur conforme.
- parmi les tubes qui ont une épaisseur conforme, 95% ont une longueur conforme.
- 3.6% des tubes ont une épaisseur non conforme et une longueur conforme.

On choisit un tube au hasard dans la production et on considère les événements :

- E : l'épaisseur du tube est conforme.
- L : la longueur du tube est conforme.

On modélise l'expérience aléatoire par un arbre pondéré :



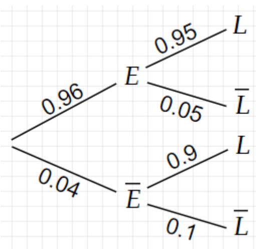
1. Recopier et compléter entièrement cet arbre. D'après l'énoncer on a
   - $P(\bar{E} \cap L) = 0.036$
   - $P(\bar{E}) = 0.04$

   Par définition de la probabilité conditionnelle:

$$P_{\bar{E}}(L) = \frac{P(\bar{E} \cap L)}{P(\bar{E})} = \frac{0.036}{0.04} = 0.9$$

   Donc $P_{\bar{E}}(\bar{L}) = 1 - P_{\bar{E}}(L) = 1 - 0.9 = 0.1$

   On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. Montrer que la probabilité de l'événement L est égale à 0.948.
3. E et $\bar{E}$ forment un système complet d'événements fini. D'après la formule des probabilités totales on a :

   $P(L) = P(E \cap L) + P(\bar{E} \cap L) = 0.96 \times 0.95 + 0.036 = 0.948$

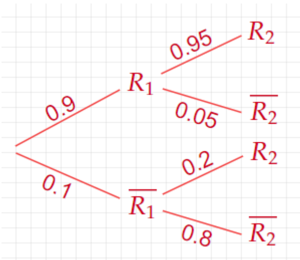
Exercice 2

Chaque semaine, un agriculteur propose en vente directe à chacun de ses clients un panier de produits frais qui contient une seule bouteille de jus de fruits. Dans un esprit de développement durable, il fait le choix de bouteilles en verre incassable et demande à ce que chaque semaine, le client rapporte sa bouteille vide.
On suppose que le nombre de clients de l'agriculteur reste constant.
Une étude statistique réalisée donne les résultats suivants :

- A l'issue de la première semaine, la probabilité qu'un client rapporte la bouteille de son panier est 0.9.
- Si le client a rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0.95.
- Si le client n'a pas rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0.2.

On choisit au hasard un client parmi la clientèle de l'agriculteur. Pour tout entier naturel n non nul, on note R_n l'événement «le client rapporte la bouteille de son panier de la n-ième semaine».

1. Modéliser la situation étudiée pour les deux premières semaines à l'aide d'un arbre pondéré qui fera intervenir les événements R_n et R_2.



2. Déterminer la probabilité que le client rapporte ses bouteilles des paniers de la première et de la deuxième semaine.

   On veut calculer :
   $$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) = 0.9 \times 0.95 = 0.855$$

3. Montrer que la probabilité que le client rapporte la bouteille du panier de la deuxième semaine est égale à 0.875.

   R_1 et $\bar{R}_1$ forment un système complet d'événements fini. D'après la formule de la probabilités totales on a :

   $$P(R_2) = P(R_1 \cap R_2) + P(\bar{R}_1 \cap R_2) = P(R_1 \cap R_2) + P(\bar{R}_1) \times P_{\bar{R}_1}(R_2) = 0.855 + 0.1 \times 0.2 = 0.875$$

4. Sachant que le client a rapporté la bouteille de son panier de la deuxième semaine, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas rapporté la bouteille de son panier de la première semaine ? On arrondira le résultat à 10^{-3}.

   On cherche à déterminer :
   $$P_{R_2}(\bar{R}_1) = \frac{P(R_2 \cap \bar{R}_1)}{P(R_2)} = \frac{0.1 \times 0.2}{0.875} \approx 0.023$$